Syst numérique

linéaire : additivity

homogeneity : $a x_1(n) \to a y_1(n)$

for any constant, a linear syst must have $0 \to 0$

time invariant

: système qui a une fonction qui dépend du temps mais qui n'est pas une fonction direct du temps
Une translation du temps à l'entrée se retrouve à la sortie

stable si lorsqu'on lui présente une entrée finie (entrée de grandeur finie) produit une sortie finie.

Réponse impulsionnelle

Effectuer la ~~réponse~~ récurrence numérique sous jacente : immédiat

par convolution : une seq d'entrée $x(n)$ est une somme d'impulsion numérique pondérées décalées

$x(n) = x(0)\delta(n) + x(1)\delta(n-1) + \dots$

Grace à linéarité et invariance

$y(n) = x(0)h(n) + x(1)h(n-1) + x(2)h(n-2) + \dots$

$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$

Example :

$y(n) = x(n) - 2x(n-1) + 3x(n-2)$

given

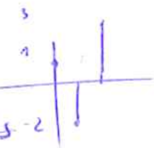
$x(n) =$ (1 1 1)

impulse response of $\delta(n) = (1)$

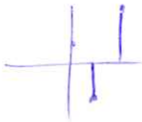
rep impuls. $h(0) = 1$

$h(1) = 0 - 2 = -2$ → (1 -2 3)

$h(2) = 0 - 0 + 3 = 3$

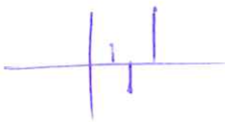


conv. rep impulse



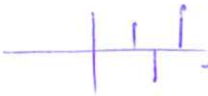
(1 -2 3)

+



(0 1 -2 3)

+



(0 0 1 -2 3)

1 -1 2 1 3

Transformée en Z

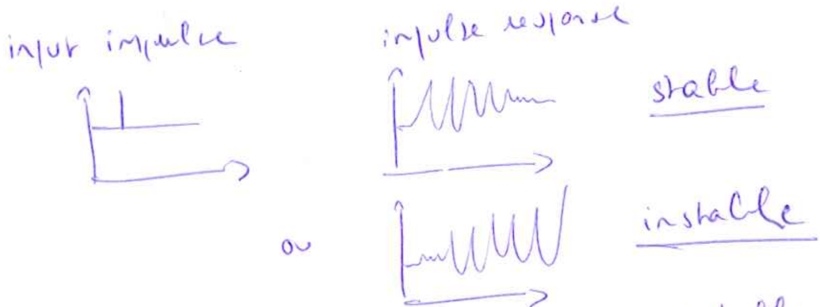
op de convolution similaire à un produit de polynome

-> prod de 2 poly = somme des produits des coeff du 1er par coeff du second décalés par les puissances correspondantes

-> On ~~montre~~ montre que les 2 opérations sont identiques

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)\, z^{-n} \quad | \, z \text{ complex number}$$

-> identifier la présence d'oscillation grandissante ou diminuante exponentiellement d'un signal $x(n)$

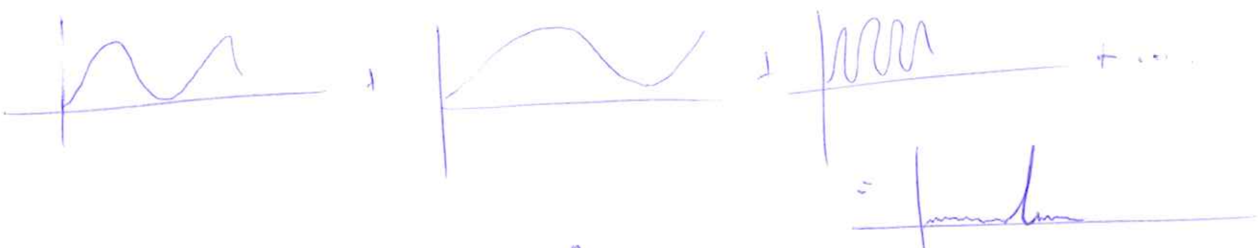


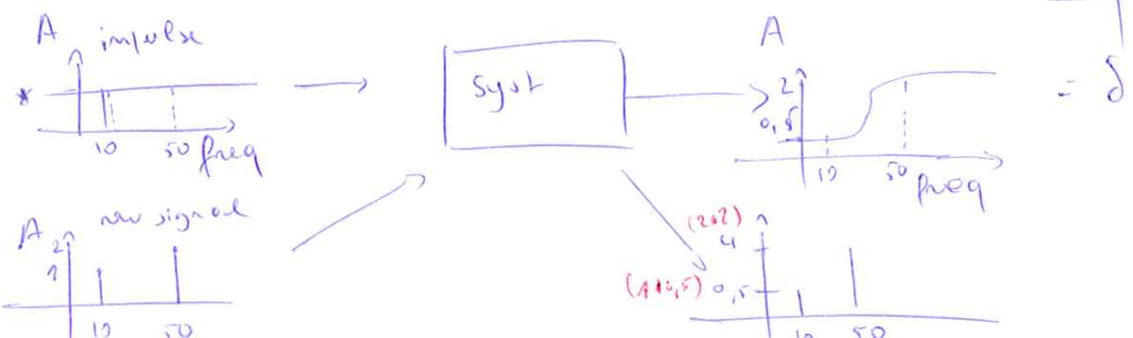
-> identifier si un système est stable ou instable.

-> Permet de designer un système dont on veut une réponse fréquentielle particulière

la réponse freq nous dit comment l'amplitude et la phase d'un signal sinusoide sera altérée par un système

* c'est pratique car chaque signal peut être décomposé en un ensemble de sinusoide (fourrier analysis)
* Pour trouver une réponse freq d'un syst, on passe la fonction δ au travers car δ contient toutes les fréquences sinusoidales possibles





* Tous les signaux sont composés de différents A et phase donc grâce à δ qui contient toutes les freq sinusoïdale, on sait comment va se comporter le modèle

Que signifie z^{-n}

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n}$$

élém num.

$z = r e^{j\omega n}$ angular freq $\qquad z^{-n} = r^{-n} e^{-j\omega n}$

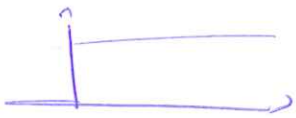
$\in \mathbb{R}$

$\boxed{r^{-n}}$

for $r = 1.1$ $\qquad$ for $r = 0,95$

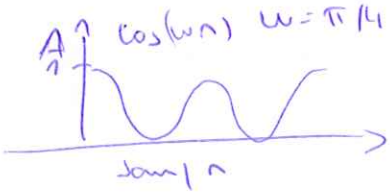
expon dec on in curves

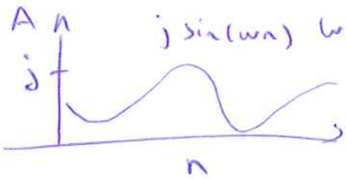
$(r = 1)$



$\boxed{e^{-j\omega n}}$

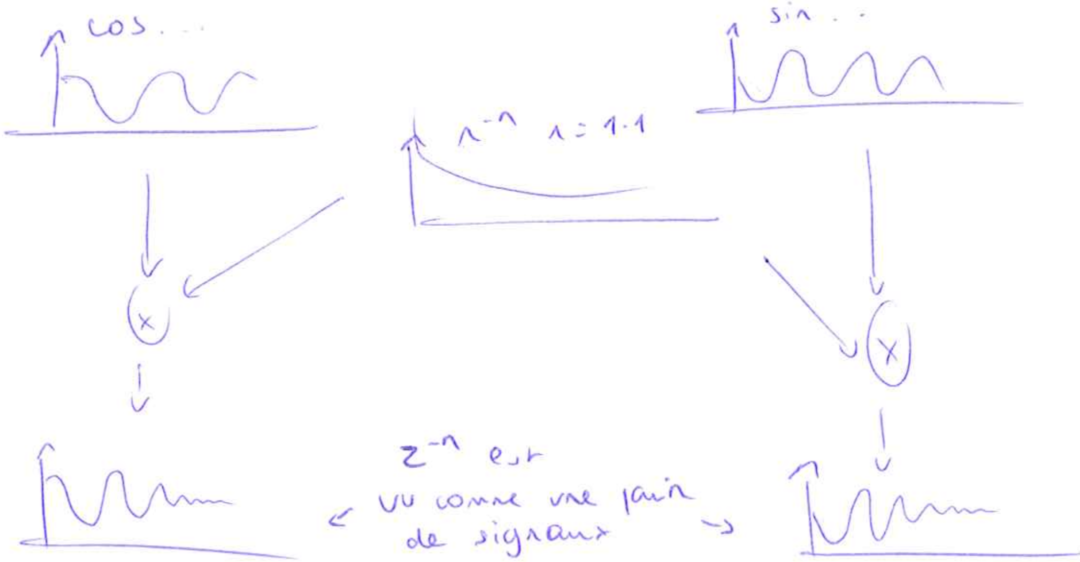
$= \cos(\omega n) - j \sin(\omega n)$





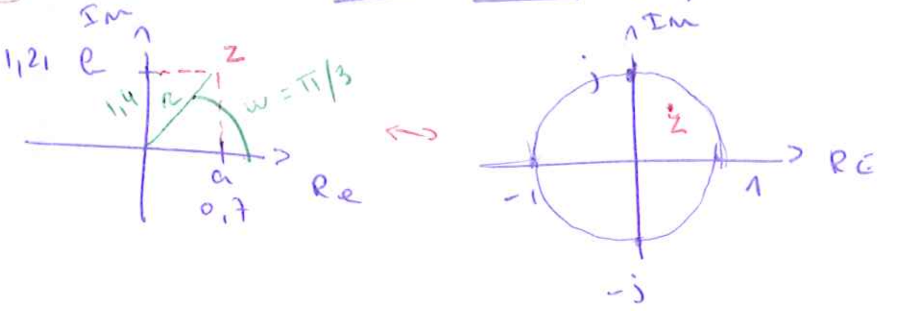
$(\omega = \pi/2)$

$$\boxed{z^{-n} = r^{-n}\left(\cos(\omega n) - j \sin(\omega n)\right)}$$

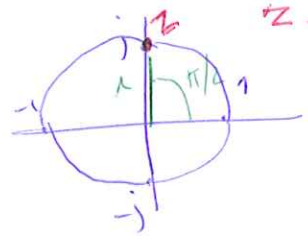


$z = re^{j\omega} = a + jb$

ex: ($\boxed{z} = \boxed{1{,}4}\, e^{j\boxed{\pi/3}} = \underline{0{,}7} + \underline{1{,}2124}\; j$)



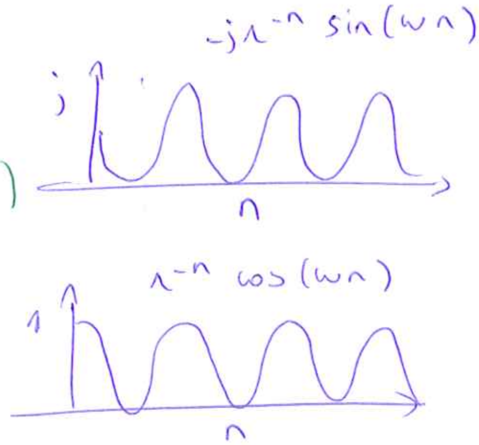
Examples



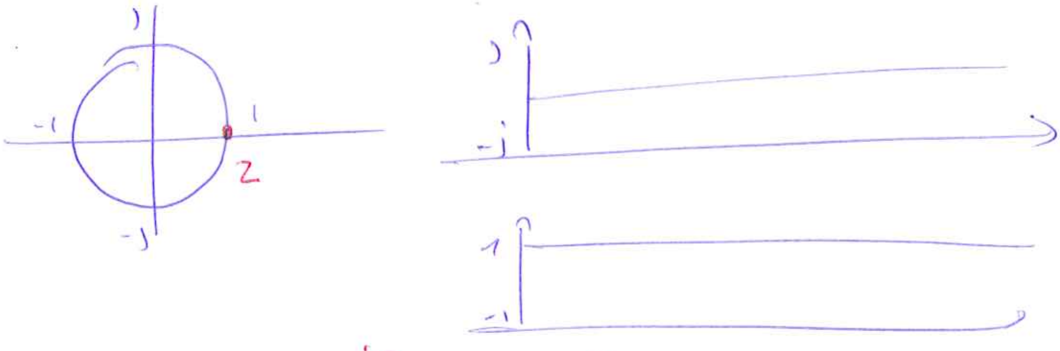
$z = 1e^{j\pi/2}$

$r = 1$

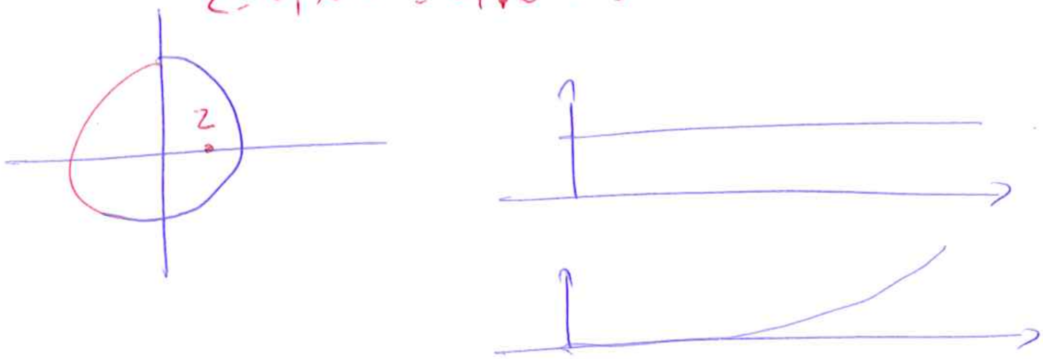
$\omega = \pi/2$ (circle $= 2\pi$)



$z = 1e^{j0} = 1 + 0j$

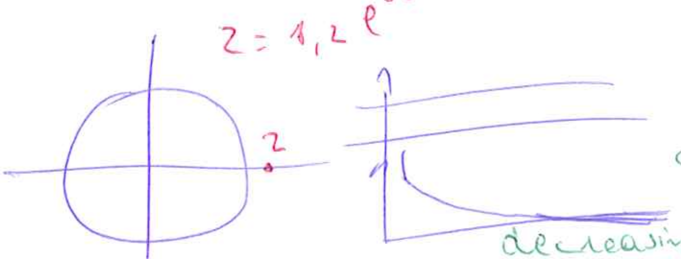


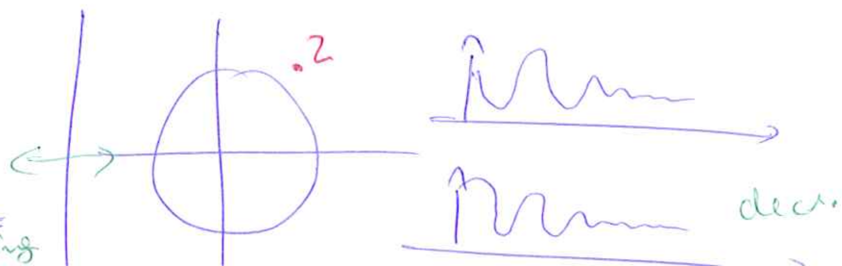
$z = 0{,}70e^{j0} = 0{,}70 + 0j$



$z = 1{,}25 e^{j1.04} = 0{,}63 + 1{,}08 j$

$z = 1{,}2\, e^{j0}$





Propriétés

$$X(z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) z^{-i}$$

$H(z)$ est la transf en z de l'impulsion response $h(n)$

$$H(z) = \sum h(i) z^{-i}$$

alors $Y(z) = X(z) H(z)$

Fonction de transfert est un modèle math. de la relation entre les entrées x et sorties y d'un syst linéaire et time-inv.

Les zéros et les pôles sont les racines du numérateur et du dénominateur de $H(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$ = fct de transfert

Un SLI numérique est strictement stable si ses pôles sont tous à l'intérieur du cercle de rayon unité (cercle non compris) et stable si on accepte aussi les pôles simples sur le cercle de rayon unité.